Penerapan Graf untuk Memecahkan *Control Room Riddle*

Raihan Astrada Fathurrahman 13519113
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13519113@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Graf meupakan suatu pelajaran yang sering kita temui pengaplikasiannya dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu kegunaannya adalah dalam memecahkan suatu teka-teki. Tentu teka-teki sudah tidak asing lagi bagi kita, sebuah permainan yang dapat mengasah logika berpikir seseorang. Salah satu teka-teki yang dapat diselesaikan dengan konsep graf adalah *control room riddle* yang dibuat oleh matematikawan bernama Dennis Shasha. Pada makalah ini akan dibahas mengenai penerapan dari graf untuk memecahkan *control room riddle*.**

***Keywords*—*control room riddle*, graf, logika, *riddle*, teka-teki.**

I. Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sangat sering menemukan berbagai permainan mengasah otak, seperti catur, nonogram, *riddle*, sudoku, dan masih banyak lagi. Permainan-permainan tersebut menjadi menarik karena saat memainkannya tidak hanya menjadi hiburan tetapi juga dapat sambal mengasah kemampuan otak kita.

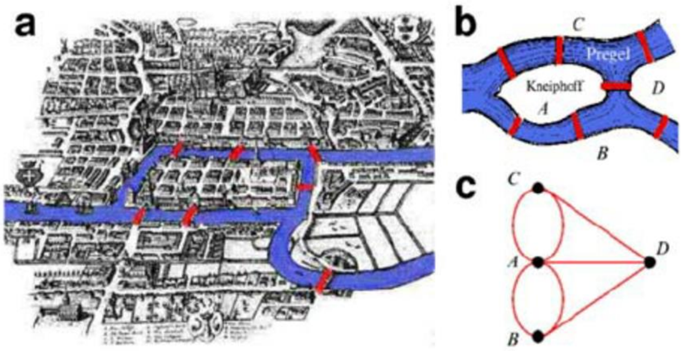
Salah satu permainan yang dapat mengasah otak adalah *riddle*. Secara harfiah, *riddle* dapat disebut juga dengan teka-teki. Teka-teki merupakan sebuah pertanyaan, *puzzle*, atau kumpulan pernyataan yang dibuat untuk mendapatkan jawaban yang cerdas atau tidak terduga. Biasanya teka-teki memerlukan seseorang untuk berpikir keras terlebih dahulu sebelum akhirnya menemukan jawaban dari teka-teki tersebut. Teka-teki tersebut dapat berupa lelucon untuk bersenang-senang atau bahkan untuk mengukur kecerdasan seseorang dalam menyelesaikan suatu permasalahan.

Dalam dunia ini, terdapat berbagai macam teka-teki. Salah satu teka-teki yang dapat kita temui adalah teka-teki *control room* (*control room riddle*). Teka-teki ini dikemukan oleh Dennis Elliot Shasha, seorang professor di bidang ilmu komputer yang mengajar *New York Uiversity* (NYU). Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan *control room riddle* adalah dengan tersebut dengan menggunakan teori graf.

II. Teori Dasar

A. Definisi Graf

Graf merupakan representasi dari objek-objek diskrit serta hubungan antara satu objek dengan objek yang lain. Graf pertama kali digunakan pada tahun 1736. Saat itu, seorang matematikawan dari Swiss bernama Leonhard Euler berhasil menyelesaikan persoalan jembatan Königsberg dengan cara menyederhanakan gambaran jembatan Königsberg menjadi suatu diagram.



Gambar 1. a&b: Gambar jembatan Königsberg;
c: Graf jembatan Königsberg

(Sumber : https://www.researchgate.net/figure/The-Koenigsberg-bridge-puzzle-65-a-The-town-of-Koenigsberg-now-Kaliningrad-Russia_fig2_200111018)

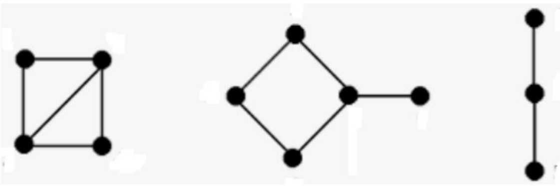
Graf terdiri atas 2 bagian, yaitu simpul (*vertex*) dan juga sisi (*edge*) yang kemudian dapat ditulis sebagai Graf G = (V,E) dengan V merupakan himpunan tidak kosong dari simpul simpul {V1, V2, ... , Vn} dan E merupakan himpunan sisi yang menghubungkan dua buah simpul {E1, E2, … , En}. Jika terdapa dua sisi yang menghubungkan dua buah simpul yang sama maka sisi tersebut dinamakan sisi ganda. Kemudian, jika suatu sisi berawal dan berakhir di simpul yang sama maka sisi tersebut dinamakan gelang (*loop*).

B. Jenis-Jenis Graf

Terdapat berbagai macam jenis dari graf. Berdasarkan keberadaan gelang atau sisi ganda pada suatu graf, graf dapat dibedakan menjadi 2 jenis:

1. Graf Sederhana (*Simple Graph*)

Graf sederhana merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda.



Gambar 2. Graf Sederhana

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

2. Graf tak-sederhana (*Unsimple Graph*)

Graf tak-sederhana merupakan graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Graf tak-sederhana dapat dibedakan lagi menjadi graf ganda (*multi-graph*) dan graf semu (*pseudo-graph*).

Gambar 3. Graf tak-sederhana

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

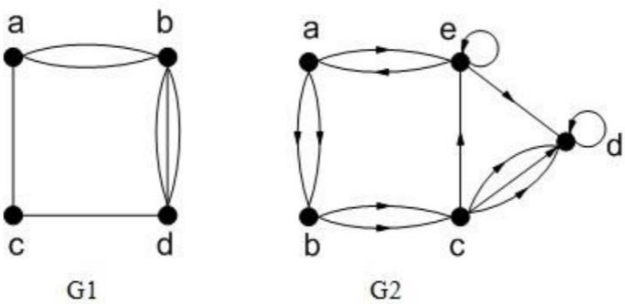
Berdasarkan orientasi arah, graf dapat dibedakan menjadi 2 jenis:

1. Graf tak-berarah (*undirected graph*)

Graf tak-berarah merupakan graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah

2. Graf berarah (*directed graph*)

Graf berarah merupakan graf yang setiap sisinya terdapat orientasi arah.



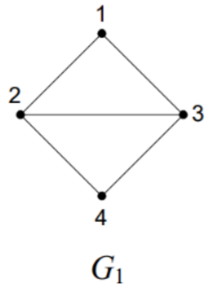
Gambar 4. G1 : Graf tak-berarah; G2 : Graf berarah

(Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

C. Terminologi Graf

Pada Graf, terdapat berbagai terminology yang perlu untuk kita pahami.

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)



Gambar 5.

(Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

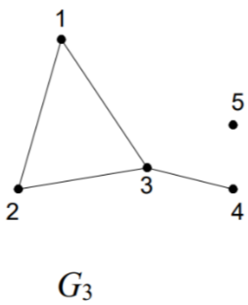
Dua buah simpul disebut bertetangga jika keduanya terhubung dengan secara langsung. Pada Graf G1 di Gambar 5, simpul 1 dikatakan bertetangga dengan simpul 2 dan simpul 3, tetapi simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4 karena simpul 1 dan 4 tidak terhubung secara langsung.

2. Bersisian (*Incidency*)

Pada sisi dari 2 buah simpul, misal E = (Va, Vb), maka sisi tersebut dikatakan bersisian dengan simpul Va dan dengan simpul Vb. Pada Graf G1 di Gambar 5, sisi (3, 4) dikatakan bersisian dengan simpul 3 dan 4, tetapi tidak bersisian dengan simpul 1.

3. Simpul terpencil (*Isolated Vertex*)

Suatu simpul merupakan simpul terpencil jika simpul tersebut tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya.



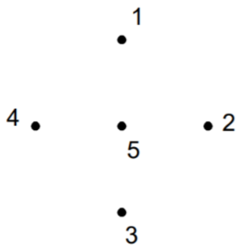
Gambar 6.

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

Pada Graf G3 di Gambar 6, simpul 5 dikatakan simpul terpencil karena tidak terdapat sisi yang bersisian dengan simpul 5, tetapi simpul 4 bukan merupakan simpul terkecil karena terdapat sisi (3,4) yang bersisian dengan simpul 4.

4. Graf kosong (*Null Graph*)

Graf kosong merupakan graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong.

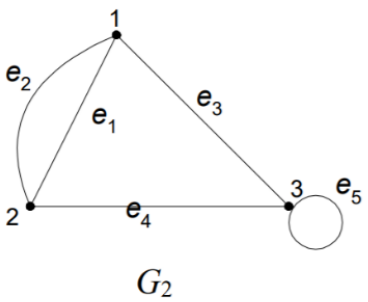


Gambar 7. Graf kosong

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

5. Derajat (*Degree*)

Derajat suatu simpul pada graf merupakan jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Derajat graf memiliki notasi d(V). Jika suatu simpul merupakan simpul terpencil, maka derajat dari simpul tersebut adalah 0. Kemudian jika terdapat pada sisi gelang, maka derajatnya dihitung sebagai 2. Pada graf berarah, derajat simpul dibedakan lagi menjadi derajat masuk (*in-degree*) dan derajat keluar (*out-degree*).



Gambar 8.

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

Pada Graf G2 di Gambar 8, simpul 1 memiliki derajat 3 dan simpul 3 memiliki derajat 4 karena terdapat 2 sisi yang bersisian serta 1 sisi gelang. Pada Gambar 7, setiap simpulnya memiliki derajat 0.

Kemudian, terdapat sebuah aturan jabat tangan yang menyatakan bahwa jumlah derajat semua simpul pada suatu graf akan selalu genap, Dapat dilihat pada Graf G2 di Gambar 8, bahwa graf memiliki total derajat 10 yang merupakan bilangan genap.

6. Lintasan (*Path*)

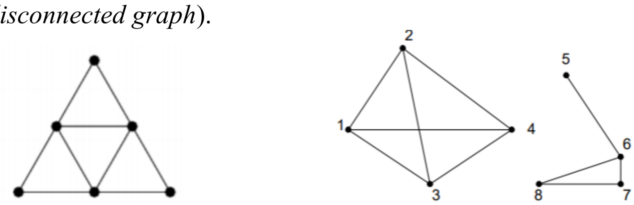
Lintasan yang memiliki panjang n dari simpul awal Vo ke simpul tujuan Vn di dalam suatu graf merupakan barisan yang berselingan antara simpul dan sisi. Panjang lintasan merupakan jumlah sisi dalam suatu lintasan tersebut. Pada Graf G1 di Gambar 5, lintasan 4,3,2,1 merupakan lintasan dengan barisan sisi (4,3), (3,2), (2,1) dan memiliki panjang 3.

7. Siklus (*Cycle*) atau Sirkuit (*Circuit*)

Siklus merupakan lintasan yang memiliki simpul awalan dan simpul akhiran yang sama. Kemudian panjang sirkuit merupakan jumlah sisi dalam suatu sirkuit. Pada Graf G1 di Gambar 5, (1, 2, 3, 4, 1) merupakan sebuah sirkuit karena berawal dan berakhir di simpul 1. Sirkuit 1, 2, 3, 4, 1 memiliki panjang sirkuit 4.

8. Terhubung (*Connected*)

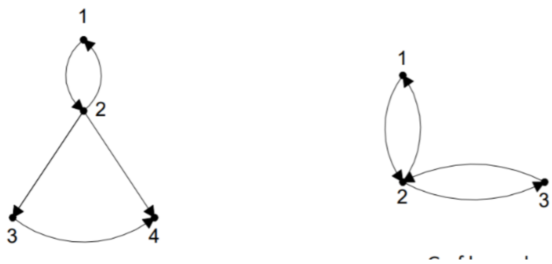
Dua buah simpul disebut terhubung jika tedapat lintasan yang menghubungkan kedua buah simpul tersebut. Suatu graf dapat dikatakan graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang simpul dalam himpunan simpulnya terdapat lintasan dari suatu simpul ke simpul lainnya. Jika tidak maka suatu graf tersebut merupakan graf tak-terhubung (*disconnected graph*).



Gambar 9. Kiri : Graf terhubung;
Kanan : Graf tak-terhubung

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

Pada graf berarah, terhubung dapat dibedakan lagi menjadi 2 yaitu, terhubung kuat (*strongly connected*) dan terhubung lemah (*weakly connected*). Dua simpul a dan b dikatakan terhubung kuat jika terdapat lintasan berarah dari a ke b dan juga terdapat lintasan berarah dari b ke a, jika tidak maka dua buah simpul tersebut terhubung lemah. Suatu graf berarah disebut graf terhubung kuat (*strongly connected graph*) apabila setiap pasang simpulnya terhubung kuat, jika tidak disebut graf terhubung lemah.

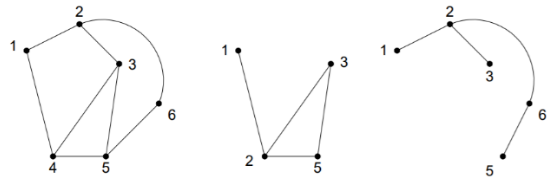


Gambar 10. Kiri : Graf terhubung lemah;
Kanan : Graf tak-terhubung kuat

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

9. Upagraf (*Subgraph*) dan Komplemen Upagraf

Jika terdapat Graf G = (V,E) dan graf G1 = (V1,E1), G1 dikatakan upagraf dari G jika V1 ⊆ V dan E1 ⊆ E. Kemudian, komplemen dari upagraf G1 terhadap Graf G merupakan graf G2 = (V2,E2) dengan E2 = E – E1 dan V2 merupakan himpunan simpul yang bersisian dengan anggota-anggota dari E2.



Gambar 11. Kiri : Graf G1;
Tengah : Upagraf dari G1;
Kanan : Komplemen dari Upagraf G1

(Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf)

10. Upagraf Merentang (*Spanning Subgraph*)

Jika G1 = (V1, E1) merupakan upagraf dari G = (V, E), maka G1 dapat dikatakan upagraf rentang apabila V1 = V yang berarti bahwa G1 mengandung semua himpunan simpul dari G.

11. *Cut-set*

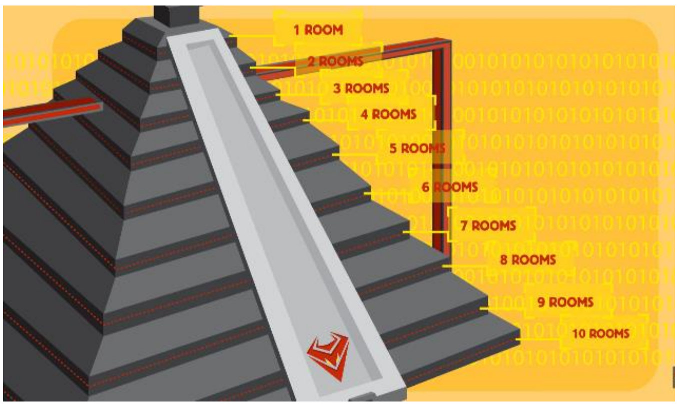
Cut-set dari graf terhubung G merupakan himpunan sisi yang jika dibunang dari G menyebabkan G menjadi tidak terhubung.

12. Graf berbobot (*Weighted Graph*)

Sebuah graf dikatakan graf berbobot jika untuk setiap sisi dari graf tersebut memiliki sebuah harga (bobot).

D. Control Room Riddle

Pada *control room riddle* diceritakan bahwa kita merupakan seorang mata-mata yang harus menyusup ke markas besar suatu penjahat untuk menemukan panel kendali di *control room* agar dapat menonaktifkan sinar mematikan dari penjahat tersebut. Markas sang penjahat memiliki bentuk piramida dengan 10 lantai. Lantai 1 memiliki 1 ruangan, lantai 2 memiliki 2 ruangan, lantai 3 memiliki 3 ruangan, dan begitu seterusnya hingga ke lantai 10.



Gambar 12. Ilustrasi Pyramid

(Sumber: https://www.indy100.com/offbeat/can-you-solve-this-unbelievably-tricky-control-room-riddle-7298776)

Panel kendali tersebut tersembunyi di lantai tertinggi yang dapat memenuhi kondisi-kondisi sebagai berikut.

1. Setiap ruangan memiliki tepat tiga pintu yang terhubung ke ruangan lainnya di lantai tersebut – kecuali *control room* yang hanya terhubung ke satu ruangan lainnya.
2. Tidak terdapat lorong atau tangga yang perlu untuk dikhawatirkan.
3. Tidak ada denah lantai dan kita hanya memiliki waktu yang cukup untuk mencari satu lantai – jadi kita harus memilih lantai yang benar.

III. PEMBAHASAN

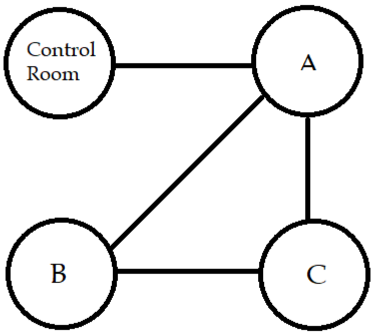
Permasalahan yang terdapat pada *control room riddle* dapat dilihat sebagai suatu graf. Setiap ruangan yang terdapat di suatu lantai dapat direpresentasikan sebagai suatu simpul dari suatu Graf. Kemudian, pintu-pintu yang menghubungkan antar ruangan dapat direpresentasikan sebagai sisi pada suatu graf. Dari kedua representasi tersebut, kondisi-kondisi yang ada pada *riddle* juga dapat disesuaikan menjadi representasi grafnya.

Setiap lantai memiliki jumlah simpul yang sesuai dengan lantai tersebut, jika lantai tersebut merupakan lantai 1 maka hanya memiliki 1 simpul, jika merupakan lantai 2 maka memiliki 2 simpul, dan begitu seterusnya hingga mencapai lantai terakhir. Lantai yang benar merupakan suatu lantai yang memiliki satu *control room* (selanjutnya akan disebut sebagai simpul *control room*), yaitu sebuah simpul yang memiliki derajat 1 karena *control room* hanya dapat terhubung ke satu ruangan lainnya. Kemudian, lantai yang benar juga berarti bahwa ruangan-ruangan selain simpul *control room* (selanjutnya akan disebut sebagai simpul ruangan) merupakan suatu simpul yang memiliki derajat 3 karena setiap ruangan harus tepat memiliki 3 pintu. Dengan seluruh informasi tersebut maka, akan ditelusuri lantai mana yang memenuhi kondisi tersebut.

Untuk mencari lantai mana yang benar, kita akan membahas kemungkinan untuk setiap lantainya dari lantai ke-1 sampai kita menemukan lantai yang merupakan jawaban dari teka-teki. Pada lantai ke-1, hanya terdapat satu simpul yang merupakan simpul terpencil. Hal tersebut tidak sesuai dengan kondisi simpul *control room* maupun simpul ruangan karena masing-masing simpul tersebut harus memiliki sisi sehingga lantai 1 bukan merupakan lantai yang benar. Pada lantai ke-2 terdapat 2 simpul yang terdiri atas 1 simpul *control room* dan 1 simpul ruangan. Untuk lantai 2, kondisi simpul *control room* dapat terpenuhi karena simpul *control room* bersisian dengan simpul ruangan. Akan tetapi, kondisi simpul ruangan tidak dapat terpenuhi karena simpul ruangan hanya berderajat 1 karena hanya bertetanggaan dengan simpul *control room*. Jadi lantai 2 juga bukan merupakan lantai yang benar.

Lantai ke-3 terdiri dari 1 simpul *control room* dan 2 simpul ruangan. Pada lantai ke-3 kondisi simpul ruangan juga tidak dapat terpenuhi karena setiap simpul ruangan maksimal hanya memiliki 2 sisi dengan rincian salah satu sisinya bersisian dengan simpul *control room* dan sisi lainnya dengan simpul ruangan yang lain. Bahkan, simpul ruang satu lagi hanya berderajat hanya bertetanggaan dengan simpul ruang dan tidak bertetanggaan dengan simpul *control room* karena simpul *control room* hanya memiliki 1 sisi. Untuk lebih memastikan jawaban tersebut, kita juga dapat menggunakan aturan jabat tangan. Jumlah total derajat pada lantai 3 adalah 7 (1 derajat pada simpul *control room* dan 3 derajat pada masing-masing simpul ruangan). Jumlah tersebut tidak sesuai dengan aturan jabat tangan sehingga dapat kita pastikan graf tersebut bukan merupakan yang valid.

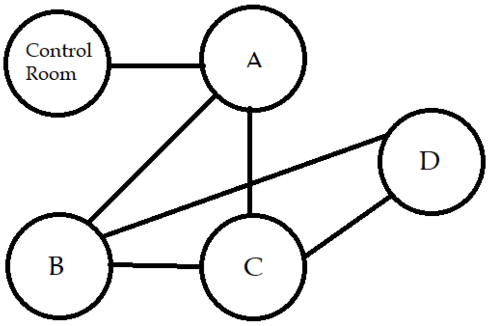
Pada lantai ke-4 contoh graf yang terbentuk adalah seperti berikut.



Gambar 13. Graf ruangan pada lantai ke-4

Pada gambar 13. simpul ruangan B dan simpul ruangan C dapat memenuhi kondisi simpul ruangan jika masing-masing bertetanggaan dengan simpul *control room*. Akan tetapi, hal tersebut akan tidak sesuai dengan kondisi dari simpul *control room* yang hanya memiliki 1 derajat. Sehingga, lantai ke-4 juga bukan merupakan lantai yang benar.

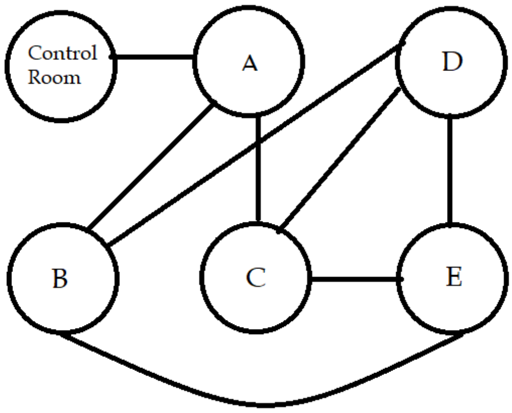
Pada lantai ke-5 contoh graf yang terbentuk adalah seperti berikut.



Gambar 14. Graf ruangan pada lantai ke-5

Pada gambar 14. dapat dilihat bahwa simpul *control room* sudah memenuhi kondisi teka-teki yaitu hanya berderajat 1. Kemudian, simpul ruangan A, B, dan C juga sudah memenuhi kondisi teka-teki yaitu karena setiap simpul ruangan tersebut berderajat 3. Akan tetapi, simpul ruangan D tidak dapat memenuhi kondisi tersebut karena simpul D hanya berderajat 2 dan tentu saja tidak dapat terhubung dengan simpul *control room* karena prasyarat dari simpul *control room*. Untuk lebih memastikannya lagi kita juga dapat menggunakan cara yang digunakan pada lantai ke-3 yaitu dengan mengecek aturan jabat tangan. Derajat setiap simpul dari graf ruangan pada lantai ke-5 yang seharusnya adalah 1, 3, 3, 3, 3 yang jika ditotalkan adalah 13. Karena total dari derajat merupakan bilangan ganjil maka tidak ada graf yang valid yang dapat membentuk graf dengan total derahat tersebut. Jika kita amati, pada lantai ke-3 dan lantai ke-5 kita tidak dapat membuat graf yang valid karena untuk total derajat yang terdapat pada simpul tersebut berjumlah ganjil. Kesamaan dari kedua lantai tersebut adalah keduanya merupakan bilangan ganjil, 3 dan 5. Jika kita mencoba cek pada lantai ke-7, derajat setiap simpul dari graf ruangan pada lantai ke-7 merupakan 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3 atau totalnya adalah 19 yang tidak sesuai dengan aturan jabat tangan. Maka, kita dapat mengambil suatu kesimpulan bahwa, untuk setiap lantai ganjil maka tidak akan ada graf yang valid sehingga lantai yang benar tidak terdapat di lantai yang ganjil.

Pada lantai ke-6 contoh graf yang terbentuk adalah seperti berikut.



Gambar 15. Graf ruangan pada lantai ke-6

Pada Gambar 15. dapat dilihat bahwa graf memenuhi segala kondisi dari teka-teki. Pada simpul *control room* hanya berderajat 1 serta untuk setiap simpul ruangannya (simpul A, B, C, D, E) masing-masing merupakan simpul yang berderajat 3.

IV. KESIMPULAN

Dalam kehidupan sehari-hari, terdapat berbagai macam aplikasi dari teori graf untuk menyelesaikan beragam persoalan. Penerapan tersebut tidak hanya untuk menyelesaikan hal-hal yang terlihat kompleks seperti pewarnaan peta, menentukan lintasan terpendek, tetapi juga dapat digunakan untuk memecahkan suatu teka-teki. Salah satu teka-teki yang dapat dipecahkan dengan graf adalah *control room riddle*.

Dalam *control room riddle*, setiap ruangan dapat dilihat sebagai suatu simpul dan setiap pintu yang menghubungkan ruangan tersebut dapat dilihat sebagai suatu sisi. Dengan menerapkan teori graf pada *control room riddle*, maka didapatkan bahwa lantai tertinggi (dalam pyramid) yang dapat memenuhi seluruh kondisi adalah lantai ke-6. Kemudian, jika kita ingin mengetahui lantai selanjutnya yang akan memenuhi kondisi maka jawabannya adalah lantai-lantai genap setelah lantai ke-6 karena pada setiap lantai ganjil tidak dapat terbentuk graf yang valid.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, penulis mengucapkan terima kasih dan puji syukut kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya, penulis bisa menyelesaikan tugas makalah ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Pak Rinaldi Munir selaku dosen pengajar mata kuliah Matematika Diskrit karena atas ilmu yang telah diberikan penulis dapat membuat makalah ini. Tak lupa juga penulis mengucapkan terima kasih kepada keluarga yang senantiasa memberikan doa dan dukungan baik secara moril maupun materiil, serta kepada teman-teman yang senantiasa mendukung dan memberikan motivasi dalam membuat makalah ini. Harapannya makalah yang penulis buat dapat bermanfaat bagi kita semua.

DAFTAR PUSTAKA

[1] https://literarydevices.net/riddle/ diakses pada 8 Desember 2020 pukul 23.28
[2] https://www.indy100.com/offbeat/can-you-solve-this-unbelievably-tricky-control-room-riddle-7298776 diakses pada 9 Desember 2020 pukul 01.03
[3] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf diakses pada 9 Desember 2020 pukul 01.37
[4] https://www.indy100.com/offbeat/can-you-solve-this-unbelievably-tricky-control-room-riddle-7298776 diakses pada 10 Desember 2020 pukul 21.47.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2020

Raihan Astrada Fathurrahman 13519113